

1. EQUIVALENZA DI SUPERFICI ➔ Teoria a pagina G122

1 VERO O FALSO?

- a. Due figure non congruenti non sono equivalenti.
- b. Due figure non equivalenti non sono congruenti.
- c. Due quadrati equivalenti sono congruenti.
- d. Somme di figure non congruenti non possono essere equivalenti.

 V F

 V F

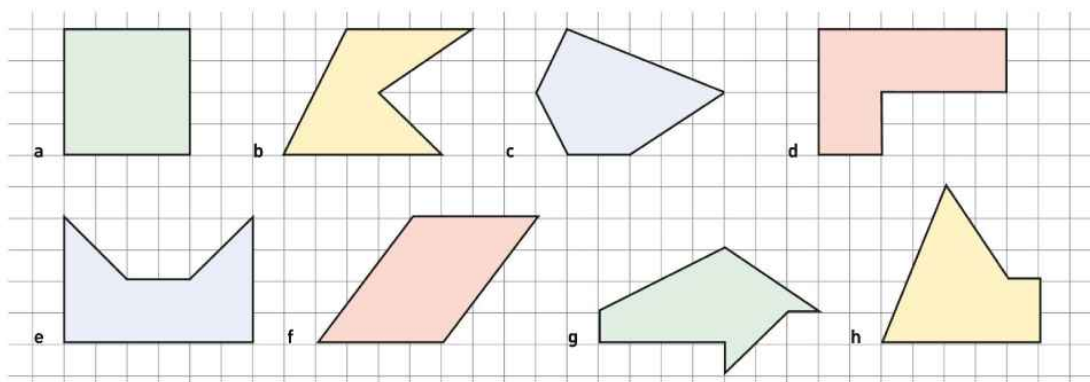
 V F

 V F

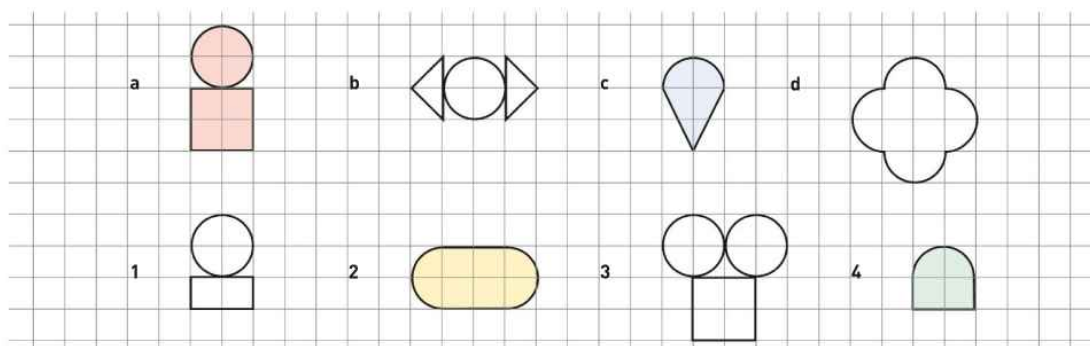
2 Date due coppie di poligoni congruenti A, A' e B, B' , è vero che $A + B$ e $A' + B'$ sono congruenti? Sono equivalenti?

3 Sono date tre figure piane, A, B e C , tali che $A \cong B$ e $B \cong C$. Cosa puoi dire di A e C ?

4 Individua i poligoni tra loro equivalenti.

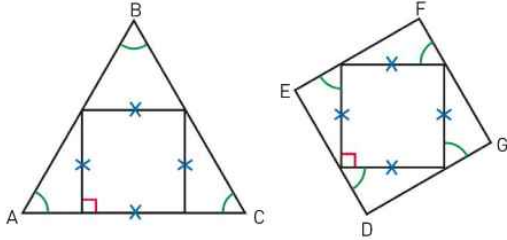


5 ASSOCIA le figure equivalenti.



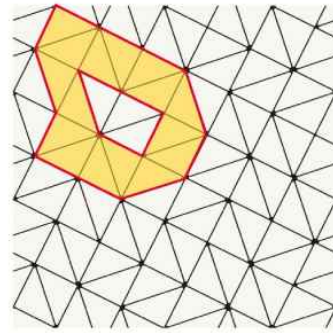
6 **FAI UN ESEMPIO** Disegna due figure equicomposte con almeno quattro poligoni congruenti.

7 Il triangolo equilatero ABC e il quadrato $DEFG$ sono equivalenti?



8 **YOU & MATHS** **A couple of squares** Draw a square and one of its diagonals. Draw a second square on the diagonal. Prove that the second square is equivalent to a multiple of the first square.

9 Considera la superficie evidenziata in giallo nella figura.



Disegna

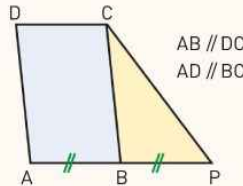
- a. un rettangolo,
 - b. un triangolo,
 - c. un quadrato,
- equivalenti alla superficie data.

Dimostrazioni

Nella figura, $ABCD$ è un parallelogramma e $AB \cong BP$.
Dimostriamo che $ABCD$ è equivalente al doppio del triangolo BPC .

Ipotesi: $AP \parallel DC$
 $AD \parallel BC$
 $AB \cong BP$

Tesi: $ABCD \doteq 2BPC$



DIMOSTRAZIONE

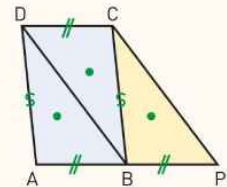
Tracciamo la diagonale BD che divide il parallelogramma in due triangoli congruenti ABD e BCD , quindi $ABCD \doteq ABD + BCD \doteq 2ABD$.

Consideriamo i triangoli ABD e BPC :

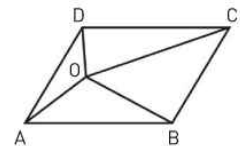
- $AB \cong BP$ per ipotesi;
- $AD \cong BC$ perché lati opposti di un parallelogramma;
- $\widehat{DAB} \cong \widehat{CBP}$ perché supplementari dello stesso angolo \widehat{ABC} .

Quindi $ABD \cong BPC$ per il primo criterio di congruenza.

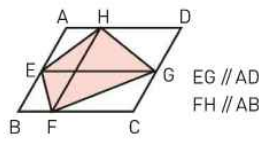
Concludiamo che $ABCD \doteq 2ABD \doteq 2BPC$.



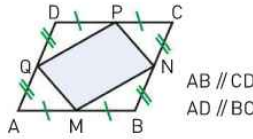
10 Dato il parallelogramma in figura, dimostra che $OAB + OCD \doteq OBC + OAD$.
(Suggerimento. Traccia le parallele ai lati del parallelogramma passanti per O .)



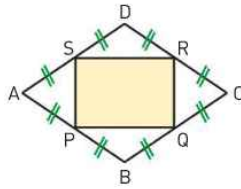
- 11** Dimostra che il quadrilatero $EFGH$ è equivalente alla metà del parallelogramma $ABCD$.



- 12** Usando le ipotesi nella figura, dimostra che $ABCD \cong 2MNPQ$.



- 13** Dimostra che il quadrilatero $PQRS$ è equivalente alla metà del rombo $ABCD$.



- 14** **AL VOLO** Unendo due vertici opposti di un quadrato, si ottengono due triangoli; unendo i punti medi di due lati opposti, si ottengono due rettangoli. Dimostra che i due rettangoli e i due triangoli sono equivalenti.

- 15** Dimostra che, congiungendo i punti medi dei lati di un triangolo equilatero, si ottengono quattro triangoli equivalenti tra loro.

- 16** **ESEMPIO DIGITALE** Dato il parallelogramma $ABCD$, prolunga i lati paralleli AB e CD di due segmenti congruenti AP e DQ . Dimostra che il triangolo PDB è equivalente alla metà del parallelogramma $PBCQ$.

- 17** In un trapezio conduci per i punti medi dei lati obliqui le perpendicolari alle basi e considera i loro punti di intersezione con le rette delle basi. Dimostra che il rettangolo così ottenuto è equivalente al trapezio.

- 18** Dato il trapezio $ABCD$ di base maggiore AB , conduci la parallela al lato obliquo BC passante per il punto medio di AD fino a incontrare in P la base maggiore e in Q il prolungamento della base minore. Dimostra che $ABCD \cong PBCQ$.

- 19** Nel rettangolo $ABCD$ considera un punto E sul lato CD . Dimostra che il triangolo AEB è equivalente alla metà di $ABCD$.

- 20** Dimostra che un triangolo equilatero ABC è equivalente al quadruplo del triangolo MNP ottenuto congiungendo i punti medi dei lati di ABC .

- 21** Nel triangolo ABC considera il punto medio M di AC e costruisci il parallelogramma $ABEM$. Dimostra che $ABC \cong ABEM$.

- 22** Nel triangolo ABC , L , M e N sono i punti medi, rispettivamente, di AB , AC e BC . Dimostra che $ABC \cong 2LMNB$.

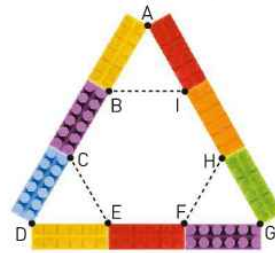
- 23** In un parallelogramma $ABCD$ le rette perpendicolari a BC passanti per B e C intersecano la retta AD , rispettivamente, nei punti E e F . Dimostra che $ABCD$ e $BCFE$ sono equivalenti.

- 24** In un triangolo ABC , le due rette perpendicolari al lato AC e passanti rispettivamente per il punto medio del lato AB e per il punto medio del lato BC intersecano AC rispettivamente nei punti D ed E e intersecano la parallela ad AC passante per B rispettivamente in F e G . Dimostra che $ABC \cong DEGF$.

- 25** Nel trapezio $ABCD$ traccia per un punto P della base maggiore AB le rette che passano per i punti medi dei lati obliqui, fino a incontrare in E e F il prolungamento della base minore CD . Dimostra che $ABCD \cong EPF$.

- 26** Sulla base AB del triangolo isoscele ABC considera il punto D tale che $DB \cong 2AD$ e sul lato AC considera il punto E tale che $EC \cong 2AE$. Dimostra che $BCED \cong 8ADE$.

- 27** Dimostra che il triplo dell'esagono $BCEFHI$ è equivalente al doppio del triangolo ADG .



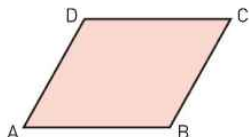
- 28** **EUREKA!** **Da un esagono a un triangolo** Disegna un esagono regolare $ABCDEF$ e unisci i vertici A , C ed E per formare il triangolo ACE . Dimostra che $ABCDEF \cong 2ACE$.

2. EQUIVALENZA E AREA DI PARALLELOGRAMMI

EQUIVALENZA DI PARALLELOGRAMMI Teoria a pagina G124

Costruzioni

- 29** Costruisci un rettangolo equivalente al parallelogramma $ABCD$ che abbia base doppia rispetto a quella del parallelogramma.



- 30** Dato un quadrato, disegna almeno un parallelogramma equivalente con la base congruente al lato del quadrato. Cosa si può dire dell'altezza?

- 31** Disegna un rombo e un parallelogramma equivalenti ma non congruenti.

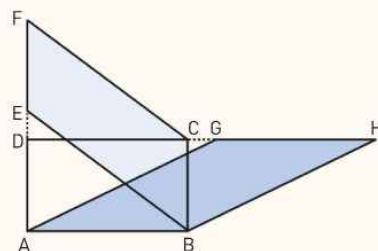
- 32** Disegna due parallelogrammi equivalenti ma non congruenti che abbiano un lato in comune.

Dimostrazioni

Nella figura $ABCD$ è un rettangolo, $AB \cong GH$ e $FE \cong BC$. Dimostriamo che $ABHG$ è equivalente a $EFCB$.

Ipotesi: $ABCD$ rettangolo
 $AB \cong GH$
 $FE \cong BC$

Tesi: $ABHG \triangleq EFCB$



DIMOSTRAZIONE

Osserviamo che $ABHG$ ed $EFCB$ sono due parallelogrammi, perché hanno due lati opposti paralleli e congruenti. I parallelogrammi $ABCD$ e $ABHG$ hanno:
 la base AB in comune;
 altezze congruenti perché distanze fra due rette parallele.
 Quindi $ABCD \triangleq ABHG$ per il teorema sull'equivalenza di due parallelogrammi.
 Analogamente, $ABCD \triangleq EFCB$ perché hanno la base BC in comune e altezze congruenti.
 Per la proprietà transitiva $ABHG \triangleq EFCB$.

- 33** **CHI HA RAGIONE?** Due rombi hanno il lato congruente.

Pietro: «Certamente sono equivalenti».

Miriam: «Ti sbagli, non è affatto vero, in generale! Ecco un esempio che lo dimostra».

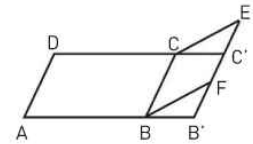
Sai fare un esempio come quello di Miriam?

- 34** Siano M , N e P i punti medi, rispettivamente, dei lati AB , AC e BC del triangolo ABC . Dimostra che $AMPN \triangleq MPCN \triangleq BPNM$.

- 35** Nel parallelogramma $PQRS$ prendi un punto O sulla diagonale QS e costruisci i parallelogrammi $OPQQ'$ e $ORSS'$. Dimostra che $PQRS \triangleq OPQQ' + ORSS'$.

- 36** Nel parallelogramma $ABCD$ prendi sul prolungamento di AB il segmento $BE \cong AB$ e sul prolungamento di AD il segmento $DF \cong AD$. Dimostra che i quadrilateri $BECD$ e $BDFC$ sono parallelogrammi e che sono tra loro equivalenti.

37 Nella figura, $ABCD$ e $BFEC$ sono due parallelogrammi con il lato BC in comune e BB' e CC' sono prolungamenti di AB e DC . Dimostra che:



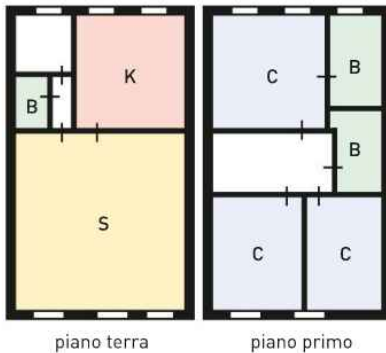
- $AB'C'D$ è un parallelogramma;
- $AB'C'D$ è equivalente alla somma di $ABCD$ con $BFEC$.

AREE → Teoria a pagina G124

38 INVALSI 2005 Che cosa succede all'area di un quadrato se si raddoppia il suo lato?

- Raddoppia.
- Rimane uguale.
- Quadruplica.
- Dipende dalla lunghezza del lato.

39 INVALSI 2013 In figura è rappresentata la pianta in scala di un appartamento su due livelli. Il soggiorno (S) e la cucina (K) sono al piano terra. Entrambi i locali sono di forma quadrata e misurano rispettivamente 36 m^2 e 16 m^2 .



Quanto misura la superficie dell'intero appartamento?

- 104 m^2
 - 120 m^2
 - 208 m^2
 - 576 m^2
- 40** Dimostra che, tra i rombi che hanno lo stesso perimetro, quello avente area maggiore è il quadrato.
- 41** Dato il parallelogramma $ABCD$, dividi il lato AB in 6 segmenti congruenti e traccia per gli estremi di tali segmenti le parallele a BC , che dividono il parallelogramma in parallelogrammi congruenti. Quanto vale l'area di ognuno di essi?

42 Considera tutti i parallelogrammi che hanno le basi e i lati obliqui congruenti. Dimostra che il rettangolo è quello che ha l'estensione maggiore.

43 Un parallelogramma che ha la base di 81 cm e l'altezza di 46 cm è equivalente a un rettangolo che ha la base di 138 cm . Trova il perimetro del rettangolo. [330 cm]

44 Un rombo che ha il perimetro di 124 cm è equivalente a un parallelogramma che ha la base di 62 cm e l'altezza di 45 cm . Trova l'altezza del rombo relativa a uno dei lati. [90 cm]

45 Calcola l'area di un quadrato il cui perimetro ha la stessa lunghezza di quello di un rettangolo di lati 13 cm e 7 cm . [100 cm²]

46 ESEMPIO DIGITALE Nel rombo $ABCD$ congiungi i punti medi L, M, N e O dei lati. Sapendo che la somma delle diagonali del rombo è di 31 cm e la loro differenza è di 7 cm , calcola l'area del rettangolo $LMNO$.

47 Calcola l'altezza di un rettangolo equivalente a un parallelogramma che ha la base di 32 cm e l'area di 640 cm^2 , sapendo che la base del rettangolo è congruente al doppio dell'altezza del parallelogramma. [16 cm]

48 In un parallelogramma, il rapporto tra la base e l'altezza è $\frac{9}{4}$ e la loro differenza è 20 cm . Trova la lunghezza della diagonale del quadrato equivalente al parallelogramma. [$24\sqrt{2} \text{ cm}$]

49 Stabilisci quanto dovrebbe essere alta la facciata, rettangolare, di un grattacielo, in acciaio e vetro, largo 50 m per essere equivalente alla vetrata in figura (le misure sono approssimative).



▶ LABORATORIO

MATEMATICA INTORNO A NOI

Come Didone

Nell'*Eneide*, Didone deve affrontare un problema geometrico per ottenere la terra su cui costruisce la propria città. Ti proponiamo alcuni problemi analoghi...



▶ Problema e risoluzione. ▶ Un esercizio in più.

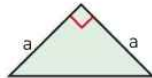
3. EQUIVALENZA E AREA DI TRIANGOLI E TRAPEZI

EQUIVALENZA FRA TRIANGOLO E PARALLELOGRAMMA ➔ Teoria a pagina G126

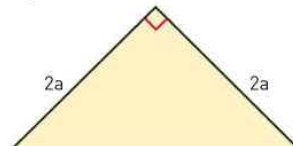
50 **TEST** Quale di queste figure è equivalente a un quadrato di lato a ?



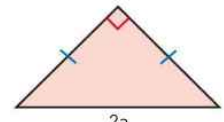
A



B



C



D

51 **ESEMPIO DIGITALE** Individua l'affermazione falsa tra le seguenti.

- A** Un rombo è equivalente a un triangolo che ha per base la diagonale minore e per altezza metà della diagonale maggiore del rombo.
- B** Un parallelogramma è sempre equivalente a un triangolo di base assegnata.
- C** Due rettangoli equivalenti con un lato in comune sono congruenti.
- D** Due poligoni equicomposti sono fra loro equivalenti.

52 **TEST** Un triangolo di base b e altezza h non è equivalente a:

- A** un triangolo di base h e altezza b .
- B** un parallelogramma di base $\frac{b}{2}$ e altezza h .
- C** un rettangolo di base $\frac{b}{2}$ e altezza $\frac{h}{2}$.
- D** metà di un parallelogramma di base b e altezza h .

53 **VERO O FALSO?**

- a.** Ogni mediana di un triangolo lo divide in due triangoli equivalenti.
- b.** Ogni bisettrice di un triangolo lo divide in due triangoli equivalenti.
- c.** Se una delle altezze di un dato triangolo lo divide in due triangoli equivalenti, il triangolo è isoscele.
- d.** Un triangolo e un quadrato non possono essere equivalenti.

V F

V F

V F


V F

54 Determina il luogo geometrico dei vertici dei triangoli equivalenti che hanno per base un segmento AB .

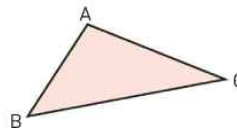
Costruzioni

55 Disegna un triangolo rettangolo e un parallelogramma equivalente.

56 Disegna un rombo e un triangolo equivalente.

57  **YOU & MATHS** **Different triangles** Draw two right triangles that are equivalent but not congruent.

58 Disegna un rettangolo equivalente al doppio del triangolo ABC .

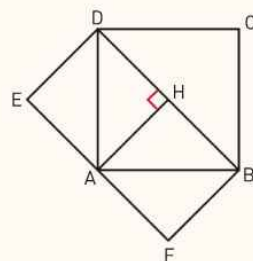


Dimostrazioni

Dato un quadrato $ABCD$, dimostriamo che è equivalente al rettangolo di base BD e altezza AH , dove H è la proiezione di A su BD .

Ipotesi: $ABCD$ quadrato
 $AH \perp BD$
 $BDEF$ rettangolo


Tesi: $ABCD \cong BDEF$




DIMOSTRAZIONE

Il triangolo rettangolo ABD ha base AB e altezza AD congruenti al lato del quadrato, pertanto $ABD \cong \frac{1}{2} ABCD$. Inoltre, considerando come base l'ipotenusa BD , ABD ha la base congruente alla base del rettangolo e la stessa altezza AH , quindi $ABD \cong \frac{1}{2} BDEF$. In conclusione $ABCD \cong BDEF$.

59 Sulla diagonale AC del parallelogramma $ABCD$ considera i punti A' , O , C' tali che $AA' \cong A'O \cong OC' \cong C'C$. Dimostra che $ABCD$ è equivalente al doppio di $A'BC'D$.

60  **ESEMPIO DIGITALE** Nel triangolo ABC sia O il punto medio della mediana BM . Dopo aver unito A e C con O , dimostra che il triangolo ABC risulta diviso in quattro triangoli equivalenti.

61  **ESEMPIO DIGITALE** Nel triangolo PQR , O è il punto medio di PQ e T il punto medio di QR . Dimostra che $PQT \cong OQR$.

62  **ESEMPIO DIGITALE** In un rettangolo $ABCD$ prolunga i lati paralleli AD e BC di due segmenti congruenti DE e CF . Dimostra che $DBE + ACF \cong CDEF$.

63 Dimostra che due triangoli rettangoli isosceli che sono equivalenti sono anche congruenti.

64 Dimostra che, congiungendo i vertici di un trapezio con il punto medio di una delle diagonali, si ottengono quattro triangoli a due a due equivalenti.

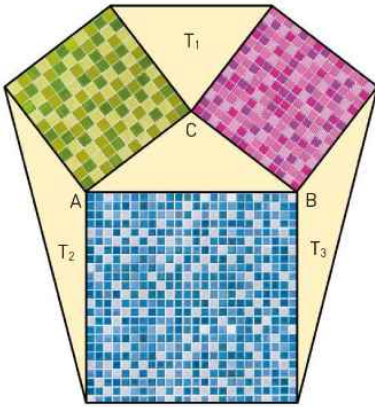
65 Dimostra che, congiungendo i vertici opposti A e C di un parallelogramma $ABCD$ con due punti qualsiasi P e Q della diagonale che unisce gli altri due vertici D e B , si ottengono i triangoli APQ e CPQ equivalenti.

66 Congiungi il punto medio M della diagonale AC di un quadrilatero convesso $ABCD$ con B e D . Dimostra che $ABMD \cong BCDM$.

67 Dato il parallelogramma $ABCD$, scegli al suo interno un punto qualunque T e congiungilo con A e B . Considera i due parallelogrammi che hanno per lati consecutivi rispettivamente AD e AT e BC e BT , e dimostra che la loro somma è equivalente ad $ABCD$.

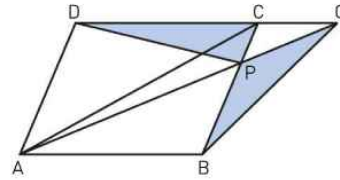
68 Dimostra che due triangoli aventi due lati congruenti e gli angoli compresi supplementari sono equivalenti.

- 69** Sfruttando il teorema dimostrato nell'esercizio precedente, dimostra che i triangoli T_1 , T_2 e T_3 in figura, individuati dalle mattonelle quadrate, sono equivalenti al triangolo ABC .



- 70** Dato il triangolo ABC , prolunga il lato AB di un segmento $BD \cong AB$ e il lato CD del triangolo ACD di un segmento $DE \cong CD$. Dimostra che i triangoli ACD e BCE sono entrambi equivalenti al doppio di ABC .
- 71** Dimostra che il quadrilatero che ha per vertici un vertice di un triangolo, i punti medi dei due lati a cui tale vertice appartiene e un punto qualsiasi del terzo lato è equivalente alla metà del triangolo stesso.

- 72** Riferendoti alla figura, in cui $ABCD$ è un parallelogramma, dimostra che $CDP \cong BQP$.

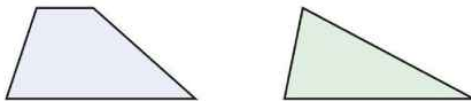


- 73** Dimostra che un triangolo è diviso dalle sue mediane in sei triangoli equivalenti.
- 74** Nel triangolo ABC considera il baricentro G e il punto medio M del lato AB . Costruisci il parallelogramma $MBCD$ e dimostra che il quadrilatero $MBGD$ è equivalente alla metà del quadrilatero $BCDG$.
- 75** Nel rettangolo $ABCD$, M è il punto medio di AD e G è il punto di intersezione di BM e AC . Dimostra che AMG è equivalente alla metà di ABG . (Suggerimento. Osserva che G è un punto notevole del triangolo ABD .)
- 76** Dato il rombo $ABCD$, siano E un punto di AB e F il punto di intersezione tra i prolungamenti di CE e AD . Dimostra che $AED \cong BEF$.

EQUIVALENZA FRA TRAPEZIO E TRIANGOLO → Teoria a pagina G126

Costruzioni

- 77** Trasforma il trapezio in un triangolo equivalente e il triangolo in un trapezio equivalente.



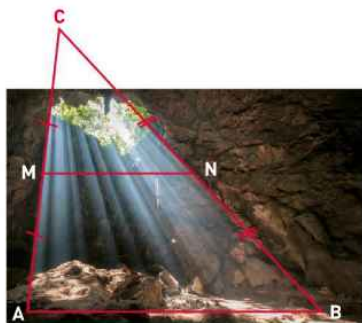
- 78** Disegna un parallelogramma e costruisci un trapezio a esso equivalente.
- 79** Disegna un trapezio rettangolo e costruisci un triangolo equivalente al suo doppio.

Dimostrazioni

- 80** Disegna un parallelogramma $ABCD$ e siano M e N i punti medi rispettivamente di AB e CD . Prolunga il lato AB dalla parte di B di un segmento BE congruente a BM . Dimostra che il trapezio $MECN$ è equivalente al triangolo AED .
- 81** Dato il triangolo ABC , prendi sul prolungamento di AB un segmento $BE \cong AB$ e costruisci il parallelogramma $BCDE$. Dimostra che il trapezio $ACDE$ è equivalente al triplo di ABC .

82 Nel trapezio isoscele $PQRS$, M e N sono i punti medi rispettivamente della base minore PQ e della base maggiore RS . Traccia l'altezza QH e dimostra che $SMH \cong \frac{1}{2}PQRS$.

83 In riferimento alla figura, dimostra che $ABNM \cong 3MNC$.



84 È dato il parallelogramma $ABCD$. Preso sul lato AB un punto qualsiasi P e detto M il punto medio di AD , prolunga il segmento PM fino a incontrare in Q il prolungamento di CD . Dimostra che il trapezio $PBDQ$ è equivalente alla metà di $ABCD$.

85 Nel trapezio $ABCD$, rettangolo in A e D , BH è l'altezza relativa alla base maggiore DC . Preso sul prolungamento di DC un segmento $DE \cong CH$, dimostra che $ABCE \cong 2BEH$.

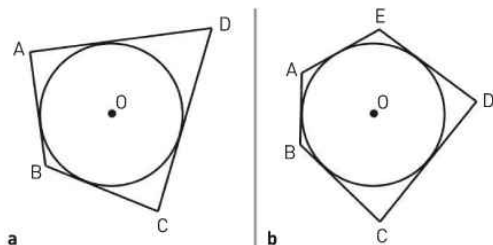
86 **ESEMPIO DIGITALE** Dimostra che un trapezio è equivalente al doppio del triangolo che si ottiene congiungendo i vertici di un lato obliquo con il punto medio dell'altro.

87 Nel trapezio $ABCD$ prolunga la base minore AD di un segmento $DE \cong BC$. Detto M il punto medio dell'altezza AH , costruisci il rettangolo $AMFE$ e dimostra che esso è equivalente al trapezio.

EQUIVALENZA FRA POLIGONO CIRCOSCRITTO A UNA CIRCONFERENZA E TRIANGOLO Teoria a pagina G127

Costruzioni

88 Costruisci un triangolo equivalente a ciascuno dei poligoni in figura.



89 Disegna un pentagono regolare e un triangolo a esso equivalente.

90 Disegna un ottagono regolare e un triangolo equivalente alla sua metà.

Dimostrazioni

Data una circonferenza di raggio r , dimostriamo che un poligono circoscritto a essa è equivalente al rettangolo che ha per base la metà del raggio e per altezza il perimetro del poligono.

DIMOSTRAZIONE

Consideriamo un poligono di perimetro $2p$ circoscritto alla circonferenza di raggio r ; per il teorema di equivalenza fra triangolo e poligono circoscritto a una circonferenza esso è equivalente a un triangolo di base $2p$ e altezza r . Questo triangolo è equivalente a un rettangolo che ha un lato congruente alla base del triangolo, di lunghezza $2p$, e un lato congruente a metà dell'altezza del triangolo, lunga r , ovvero un rettangolo di base $\frac{r}{2}$ e altezza $2p$.

- 91** Dimostra che un quadrilatero circoscritto a una circonferenza è equivalente a un parallelogramma che ha un lato congruente al raggio della circonferenza e l'altezza relativa a quel lato congruente al semiperimetro del quadrilatero.
- 92** **AL VOLO** Data una circonferenza, dimostra che due quadrilateri di uguale perimetro a essa circoscritti sono tra loro equivalenti.
- 93** Dato un quadrato circoscritto a una circonferenza di raggio r , dimostra che esso è equivalente a un rettangolo i cui lati sono rispettivamente lunghi come r e come il quadruplo di r .
- 94** Disegna un esagono regolare circoscritto a una circonferenza. Dimostra che è equivalente a un triangolo che ha la base congruente al doppio del lato dell'esagono e l'altezza corrispondente congruente al triplo dell'apotema dell'esagono.

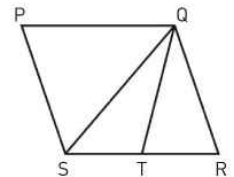
AREE Teoria a pagina G127

- 95** **TEST** Dato un parallelogramma di area A , si raddoppia la sua base e si moltiplica per $\frac{1}{3}$ la sua altezza. Un triangolo con base e altezza congruenti al nuovo parallelogramma ha area:
- A** $\frac{2}{3}A$. **B** $\frac{4}{3}A$. **C** $\frac{1}{3}A$. **D** $3A$.
- 96** Un triangolo di base 26 cm e altezza 10 cm è equivalente a un parallelogramma di altezza 13 cm. Determina la lunghezza della base del parallelogramma. [10 cm]
- 97** In un trapezio rettangolo la base minore, la base maggiore e l'altezza sono lunghe rispettivamente 6 cm, 12 cm e 8 cm. Calcola la lunghezza della base di un triangolo equivalente al trapezio e di altezza 4 cm. [36 cm]
- 98** **YOU & MATHS** **Rhombus and trapezium** In a rhombus one diagonal is 8 cm long and the other diagonal is 14 cm long. A trapezium has twice the area of the rhombus, and the altitude of the trapezium is 16 cm. Find the sum of the lengths of the bases of the trapezium. [14 cm]

- 99** **COMPLETA** la tabella sulle misure dei poligoni regolari circoscritti a una circonferenza di raggio 3 cm.

| Numero lati | Lunghezza lato | Area |
|----------------------|----------------------|------------------------------|
| 3 | $6\sqrt{3}$ cm | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 6 | <input type="text"/> | $18\sqrt{3}$ cm ² |
| <input type="text"/> | 1,85 cm | 27,75 cm ² |

- 100** **INVALSI 2014** $PQRS$ è un parallelogramma e T è il punto medio di SR . Qual è il rapporto tra l'area del triangolo QST e l'area del parallelogramma?




- 101** Un rettangolo ha base 15 cm e altezza 21 cm ed è equivalente a un terzo di un triangolo di altezza 35 cm. Calcola la base del triangolo. [54 cm]

Formula di Erone


- 102** I lati di un triangolo sono lunghi 7 cm, 11 cm e 14 cm. Calcola la sua area. [12√10 cm²]
- 103** Un triangolo di perimetro 72 cm ha due lati di 12 e 27 cm. Determina la base di un rettangolo a esso equivalente, di altezza 54 cm. [2√2 cm]
- 104** Un triangolo ha i lati che misurano 6 cm, 10 cm e 12 cm ed è equivalente alla metà di un rombo. Calcola la lunghezza della diagonale minore del rombo, sapendo che la diagonale maggiore è di $8\sqrt{7}$ cm. [4√2 cm]
- 105** Un trapezio $ABCD$ ha base maggiore $AB = 38$ cm, base minore $CD = 10$ cm e i lati obliqui di 17 cm e 25 cm. Determina l'area del trapezio. [360 cm²]

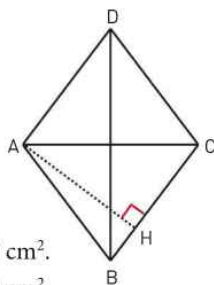
RIEPILOGO: AREE DI POLIGONI

Problemi numerici

106  **VERO O FALSO?** Un rombo che ha le diagonali di 9 cm e 14 cm è equivalente a:

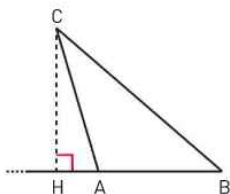
- a. un triangolo di base 14 cm e altezza 9 cm. V F
- b. un parallelogramma di base 9 cm e altezza 7 cm. V F
- c. metà di un trapezio di altezza 4,5 cm e somma delle basi uguale a 28 cm. V F
- d. il doppio di un triangolo di base 9 cm e altezza 14 cm. V F

107  **TEST** Il rombo $ABCD$ nella figura ha area di 2400 cm^2 , il lato di 50 cm e la diagonale maggiore BD di 80 cm. Un rettangolo di lati AC e AH ha area:

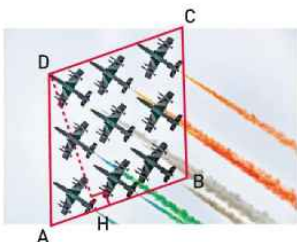


- A 4000 cm^2 .
- B 2880 cm^2 .
- C 1440 cm^2 .
- D 2400 cm^2 .

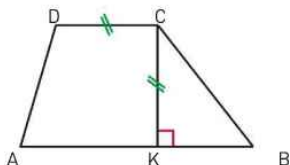
108 Nel triangolo ABC l'area è di 220 cm^2 e $CH = 22 \text{ cm}$. Calcola AB .



109 Nel parallelogramma $ABCD$, $AB = 36 \text{ m}$ e $DH \cong \frac{55}{54} AB$. Determina l'area.



110 Nel trapezio $ABCD$ la somma delle basi è di 49 cm e AB misura 35 cm. Determina l'area.



111 Le diagonali maggiore e minore di un rombo misurano rispettivamente 24 cm e 18 cm. Trova l'altezza di un parallelogramma che è equivalente al rombo e ha la base di 18 cm. [12 cm]

112 In un trapezio rettangolo l'altezza è lunga 7 cm, la base maggiore 28 cm e la base minore è $\frac{1}{7}$ della base maggiore. Calcola l'area del trapezio. [112 cm^2]


113 In un parallelogramma $ABCD$ i lati AB e BC sono lunghi rispettivamente 11 cm e 21 cm. Calcola l'area del parallelogramma, sapendo che la diagonale AC misura 18 cm. [140 $\sqrt{2}$ cm^2]

MATEMATICA INTORNO A NOI

Di tutte le forme!

Un negozio di arredamento ha a catalogo una collezione di tavoli di varie forme, ma aventi tutti la stessa area del piano di lavoro...

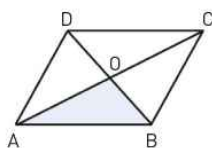


-  ▶ Problema e risoluzione.
- ▶ Un esercizio in più.

114 In un parallelogramma $ABCD$ il lato AB è di 10 cm e l'altezza DH a esso relativa è di 4 cm. Calcola il perimetro del parallelogramma, sapendo che l'altezza DK relativa al lato BC è di 8 cm. [30 cm]

115 I lati di un triangolo sono lunghi 15 cm, 41 cm e 52 cm. Determina la misura dell'altezza relativa al lato maggiore. [9 cm]

- 116** Se l'area del triangolo AOB è di 42 cm^2 , quanto vale l'area del parallelogramma?

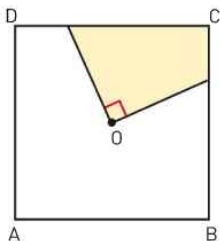
[168 cm²]

- 117** In un quadrilatero $ABCD$ le diagonali AC e BD sono perpendicolari, $AC = 30 \text{ cm}$ e $BD \cong \frac{4}{5} AC$. Calcola la lunghezza della base di un triangolo alto 36 cm ed equivalente al doppio di $ABCD$.

[40 cm]

- 118** Il punto O è il centro del quadrato $ABCD$. Se la parte colorata ha area 36 cm^2 , qual è la lunghezza di AB ?
(Suggerimento. Traccia le perpendicolari da O ai lati BC e CD .)

[12 cm]



- 119** **EUREKA!** Tre altezze Esiste un triangolo di area 48 cm^2 le cui altezze sono lunghe rispettivamente 8 cm , 16 cm e 24 cm ?

- 120** Determina l'area di un esagono con perimetro di 26 cm circoscritto a una circonferenza di raggio 8 cm .

[104 cm²]

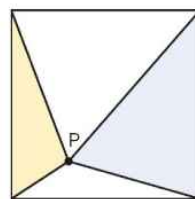
- 121** Un quadrato è equivalente a un rombo le cui diagonali sono lunghe 32 cm e 100 cm . Calcola il perimetro del quadrato.

[160 cm]

- 122** Determina l'altezza di un trapezio le cui basi sono di 10 cm e 8 cm , sapendo che il trapezio è equivalente a un rombo con le diagonali di 6 cm e 36 cm .

[12 cm]

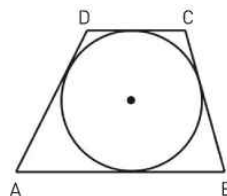
- 123** **INVALSI 2004** Disegna le altezze uscenti da P dei due triangoli colorati. Qual è il rapporto tra l'area del quadrato e l'area della regione colorata?



A 2,5 **C** $\frac{1}{2}$

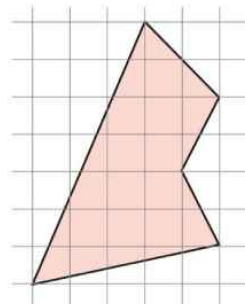
B 2 **D** Varia al variare di P .

- 124** **INVALSI 2014** Il trapezio $ABCD$, circoscritto a un cerchio di raggio 5 cm , ha l'area di 120 cm^2 . Quanto misura la somma delle basi AB e DC ?



- 125** **INVALSI 2014**

Osserva la figura. Se il lato di ogni quadretto della griglia corrisponde a 1 m , quanto misura la superficie del poligono?

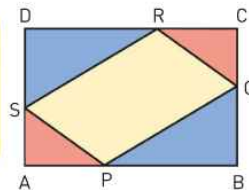



MATEMATICA INTORNO A NOI

Un colpo di colore

Daniela sta allestendo una birreria nei locali avuti in eredità dallo zio. Aiutala nell'impresa...

$$\begin{aligned} BC &= 5,2 \text{ m} \\ AB &= 8 \text{ m} \\ AP &\cong BQ \cong CR \cong DS \\ \text{area}_{SPQR} &= 20 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



-  ▶ Problema e risoluzione.
▶ Un esercizio in più.

Problemi algebrici

- 126** Un rettangolo con la base di 12 cm è equivalente a un rombo in cui la somma delle diagonali è 25 cm e la differenza è 7 cm . Quanto vale l'altezza del rettangolo?

[6 cm]

- 127** Sia $ABCD$ un quadrato di lato 16 cm . Determina le possibili posizioni di un punto P sul lato CD per cui l'area del triangolo ADP sia inferiore a un terzo di quella del trapezio $ABCP$. [$DP < 8 \text{ cm}$]

128 Nel parallelogramma $ABCD$, la base AB è lunga 15 cm e l'altezza CH è di 9 cm. Determina la lunghezza delle diagonali di un rombo equivalente al parallelogramma, sapendo che la diagonale minore è $\frac{2}{3}$ della maggiore. $[6\sqrt{5} \text{ cm}; 9\sqrt{5} \text{ cm}]$

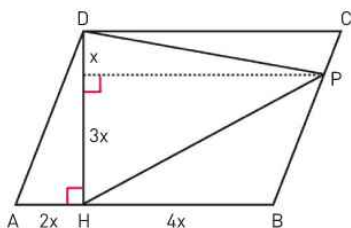
129 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa BC misura $5a$ e i cateti AB e AC misurano rispettivamente $3a$ e $4a$. Dal vertice A traccia la parallela AP all'ipotenusa tale che l'area del trapezio $ABCP$ misuri $9a^2$. Quanto misura il segmento AP ? $[\frac{5}{2}a]$

130 Nel trapezio $ABCD$, rettangolo in A e D , si sa che $AD \cong DC$, $AB \cong \frac{17}{5}DC$ e la somma delle lunghezze di AB , AD e DC è 54 cm. Calcola l'area del trapezio. $[220 \text{ cm}^2]$

131 **ESEMPIO DIGITALE** Un trapezio $ABCD$, rettangolo in A e D , ha l'area di 180 cm^2 . L'altezza CH lo divide in un quadrato $AHCD$ e un triangolo BCH tali che $AHCD \cong 4BCH$. Determina la lunghezza del segmento AB .

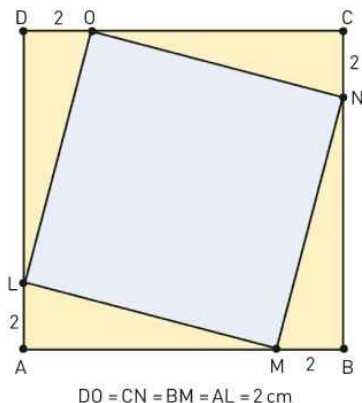
132 I lati di un triangolo sono tali che la somma del maggiore con il minore è uguale al doppio del terzo lato e la loro differenza è uguale al terzo lato diminuito di 4 cm. Sapendo che il perimetro è di 24 cm, calcola l'area del triangolo. $[24 \text{ cm}^2]$

133 Nel parallelogramma $ABCD$, l'altezza DH è lunga $8\sqrt{3}$ cm e l'area è 288 cm^2 . Calcola l'area di DPH usando le informazioni nella figura. $[132 \text{ cm}^2]$

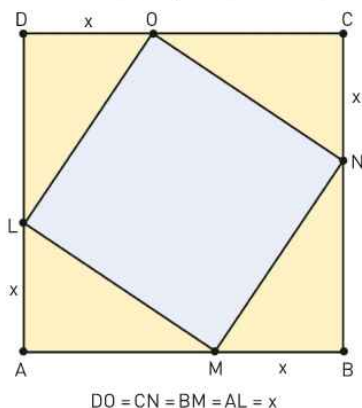


134 Sul lato AC di un quadrato $ACDE$ costruisci un triangolo isoscele ACB di base AC , tale che BC superi CD di 11 m. Sapendo che l'altezza BH del triangolo è $\frac{12}{7}AC$ e che il perimetro del pentagono $AEDCB$ è di 92 m, calcola l'area del pentagono. $[364 \text{ m}^2]$

135 **INVALSI 2012** In un quadrato $ABCD$ di lato 10 cm è inscritto un quadrato $LMNO$. I segmenti DO , CN , BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.



a. Quanto misura l'area del quadrato $LMNO$?
Immagina ora che i punti L , M , N e O si muovano lungo i lati del quadrato $ABCD$ in modo tale che $DO = CN = BM = AL = x$. Al variare di x varia anche l'area del quadrato $LMNO$.



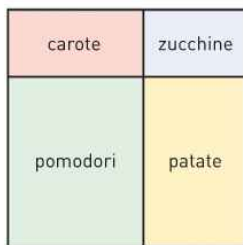
b. Per quale tra questi valori di x l'area del quadrato $LMNO$ diventa minima?

- A** 1 cm. **B** 3 cm. **C** 5 cm. **D** 8 cm.

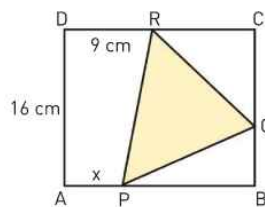
136 Il perimetro di un rettangolo $ABCD$ misura 16 cm. Preso un punto H sul lato maggiore CD in modo che $HC \cong CB$, si ha $BCH \cong \frac{1}{2}AHD$. Quanto vale l'area del rettangolo? $[12 \text{ cm}^2]$

137 **EUREKA!** **Quanti triangoli?** In quanti e quali modi è possibile costruire un triangolo isoscele con lato obliquo di 13 cm e area di 60 cm^2 ?
 $[base = 24 \text{ cm oppure } 10 \text{ cm}]$

- 138** **INTORNO A NOI** In un orto rettangolare con area di 15 m^2 , rappresentato in figura, la zona in cui si coltivano zucchine è $\frac{2}{3}$ di quella delle carote e $\frac{1}{3}$ di quella dei pomodori. Il lato in comune tra pomodori e patate è $\frac{5}{3}$ di quello in comune tra patate e zucchine. Determina le aree adibite alle 4 coltivazioni. $[2 \text{ m}^2; 3 \text{ m}^2; 4 \text{ m}^2; 6 \text{ m}^2]$



- 139** Nel rettangolo $ABCD$ in figura, $AB = \frac{69}{4} \text{ cm}$ e $CQ \cong \frac{3}{2}BQ + 1$. Determina il valore di x per cui il trapezio $APRD$ è equivalente al triangolo PQR . $[3 \text{ cm}]$



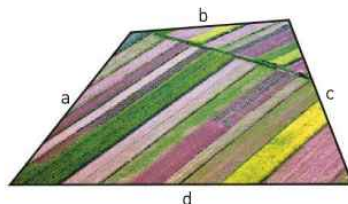
4. DA UN POLIGONO A UN POLIGONO EQUIVALENTE ➔ Teoria a pagina G129

- 140** Trasforma un triangolo ABC in un triangolo isoscele equivalente di base AB .
- 141** Trasforma un triangolo ABC in un triangolo rettangolo equivalente avente per cateto il lato AB .
- 142** Trasforma un parallelogramma in un rombo equivalente.
- 143** **YOU & MATHS** **Isosceles transformation**
Given a trapezium, transform it into an isosceles trapezium that has the same area.
- 144** Trasforma un trapezio in un trapezio rettangolo equivalente.
- 145** Disegna un pentagono e costruiscine uno equivalente, spostando un solo vertice.

MATEMATICA E STORIA

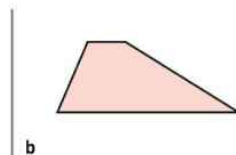
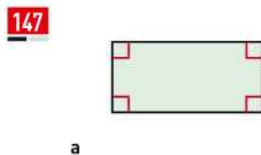
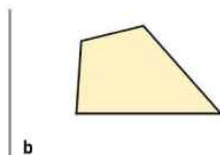
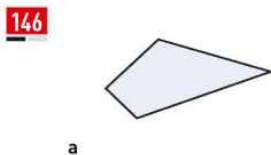
Formule

I Babilonesi e gli Egiziani sapevano già calcolare l'area di un quadrilatero qualsiasi. Per farlo...



- ▶ Problema e risoluzione.
- ▶ 3 esercizi in più.
- ▶ Attività di ricerca: Esatto e approssimato in matematica.

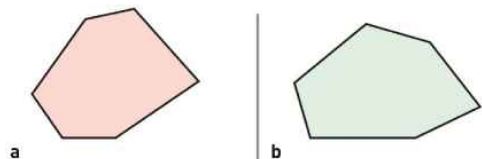
Trasforma i seguenti quadrilateri in triangoli equivalenti.



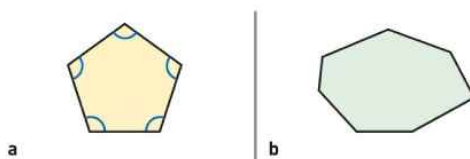
- 148** Disegna un trapezio e trasformalo in un triangolo isoscele equivalente.

Trasforma i seguenti poligoni di n lati in poligoni equivalenti di $n - 1$ lati.

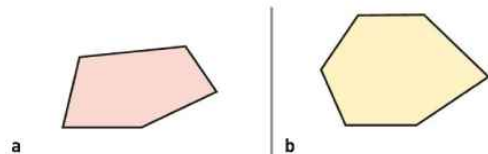
149



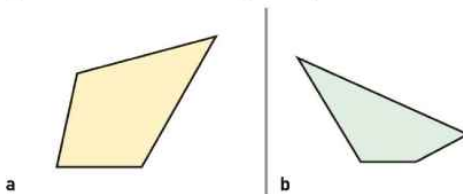
150



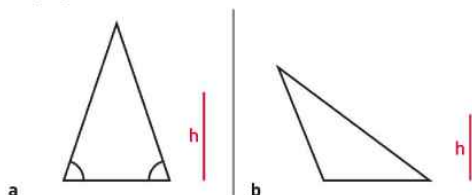
151 Trasforma i seguenti poligoni in triangoli equivalenti.



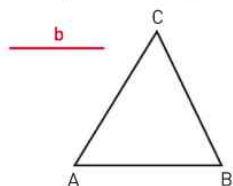
152 Trasforma ogni quadrilatero assegnato in un rettangolo equivalente. (Suggerimento. Trasforma il quadrilatero in un triangolo equivalente...)



153 Per ciascun triangolo, costruiscine uno equivalente con altezza h , procedendo come nel video di pagina G129.



154 Dato il triangolo ABC , costruiscine uno equivalente di base b . (Suggerimento. Prendi su AB un segmento AD congruente a b . Congiungi D con C . Da B manda la parallela a...)



155 Disegna un triangolo ABC e costruiscine uno equivalente di base congruente al doppio di AB .

156 Disegna un triangolo ABC e trasformalo in un triangolo isoscele equivalente, con base congruente alla metà della base AB . (Suggerimento. Trasforma ABC in un triangolo ADE con la base assegnata, poi...)

157 Trasforma il triangolo ABC in un triangolo rettangolo equivalente con un cateto assegnato.

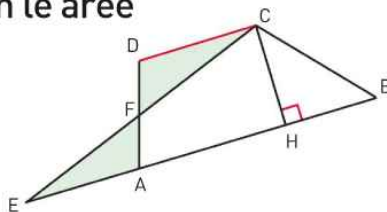
158 Dati due triangoli qualsiasi, costruisci un triangolo equivalente alla loro somma.

159 VERO O FALSO?

- a. Se un trapezio e un quadrato sono equivalenti, sono anche equivalenti a uno stesso triangolo. V F
- b. Se un poligono non è circoscrittibile a una circonferenza, non è equivalente a un triangolo. V F
- c. Ogni triangolo si può trasformare in un poligono equivalente con un numero qualsiasi di lati. V F
- d. Non è possibile trasformare un pentagono in un rettangolo equivalente. V F

MATEMATICA AL COMPUTER

Geometria dinamica con le aree



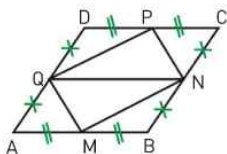
- Problema e risoluzione.
- 4 esercizi in più.

VERIFICA DELLE COMPETENZE ALLENAMENTO

► Competenza 2 (abilità 1, 2, 4)

1 Per ciascun vertice del triangolo ABC traccia la parallela al lato opposto. Le tre rette si intersecano nei punti D, E, F . Dimostra che i quattro triangoli ottenuti sono equivalenti.

2 Dato il parallelogramma $ABCD$ nella figura, dimostra che $QMN \cong QPN$.



3 Siano M e N i punti medi dei lati AB e AC di un triangolo. Dimostra che $BCN \cong BCM$.

4 La retta passante per i punti medi M, N dei lati CA e BC di un triangolo ABC interseca in D la parallela a BC passante per A e in E la parallela a CA passante per B . Dimostra che $ABC + MCN \cong ABED$.

5 Nel parallelogramma $PQRS$, traccia da P e da R le rette a e b parallele alla diagonale QS . Dette A e B le proiezioni, rispettivamente, di Q su a e di S su b , dimostra che $AQBS$ è un parallelogramma equivalente a quello dato.

6 Dimostra che il quadrilatero che si ottiene congiungendo i punti medi dei lati di un quadrilatero qualsiasi è un parallelogramma equivalente alla metà del quadrilatero di partenza.

7 Dato il quadrilatero $ABCD$ e presi i punti medi P e Q dei lati BC e AD , rispettivamente, dimostra che $APCQ$ è equivalente alla metà di $ABCD$.

8 Nel trapezio $PQRS$ rettangolo in P e S , conduci da S la parallela a RQ fino a incontrare in T la base maggiore PQ . Preso sul prolungamento di PQ il segmento $PN \cong PT$, dimostra che PQR e $PRSN$ sono equivalenti.

9 Nel trapezio isoscele $ABCD$ la parallela al lato CD passante per il vertice A della base minore AD interseca in P la diagonale BD e in Q la base maggiore BC . Dimostra che $ABP \cong CPQ$.


10 Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AC è il triplo del cateto AB . Preso su AC il punto D tale che $AD \cong AB$, costruisci il quadrato $ADEF$, dalla parte opposta di AC rispetto al triangolo, e prolunga i lati DE ed EF , rispettivamente, di due segmenti EE' e FF' congruenti ad AB . Dimostra che $BCE'F' \cong \frac{13}{2}ADEF$.

11 VERO O FALSO?

- a. Un poligono convesso è sempre equivalente a un parallelogramma. V F
- b. Un rombo è equivalente al doppio di un rettangolo che ha come dimensioni le diagonali del rombo. V F
- c. Due trapezi equivalenti con altezze congruenti sono congruenti. V F
- d. Ogni poligono può essere trasformato in un triangolo isoscele equivalente. V F

12 Dato il triangolo equilatero ABC , e detto O il suo incentro, dimostra che ABC è equivalente a un altro triangolo che ha la base congruente al perimetro di ABC e l'altezza congruente alla metà di OA .

► Competenza 2 (abilità 3) | ► Competenza 3 (abilità 2, 3)

13  **INVALSI 2005** Con uno stesso tipo di mattonelle quadrate si devono pavimentare tre stanze aventi tutte la stessa larghezza ma diversa lunghezza. Per la prima stanza servono 120 mattonelle, la seconda stanza ha una lunghezza pari ai $\frac{3}{4}$ della lunghezza della prima stanza e per la terza stanza servono 150 mattonelle. Se la lunghezza della seconda stanza è 6 m, quale sarà la lunghezza della terza stanza?

- A** 3,6 m.
- B** 6,4 m.
- C** 10 m.
- D** 15 m.

14 Un triangolo rettangolo isoscele è equivalente a un trapezio le cui basi misurano 2 cm e 4 cm e la cui altezza misura 3 cm. Calcola la lunghezza dei cateti. [$3\sqrt{2}$ cm]

15 In un rettangolo l'altezza è uguale ai $\frac{2}{5}$ della base aumentati di 1 cm e l'area è 15 cm^2 . Calcola il perimetro del rettangolo. [16 cm]

16 In un rombo di area 1200 cm^2 , la diagonale maggiore supera la minore di 50 cm. Determina la lunghezza delle due diagonali. [30 cm; 80 cm]

17 Un rettangolo di perimetro 146 cm è equivalente a un triangolo con i lati di 25 cm, 52 cm e 63 cm. Calcola le lunghezze dei lati del rettangolo. [10 cm; 63 cm]

18 Considera il triangolo ABC , rettangolo in A , tale che $AB = 4 \text{ cm}$ e $AC = 10 \text{ cm}$. Sia D il punto sul lato AC tale che $AD = 4 \text{ cm}$ e sia E il punto sul prolungamento di AB , dalla parte di B , tale che $AE = 10 \text{ cm}$. Traccia i segmenti DE e CE e denota con F il punto di intersezione tra DE e BC . Calcola la differenza fra l'area del triangolo FEC e l'area del quadrilatero $ABFD$. [10 cm^2]

19 Determina la lunghezza delle diagonali del rombo avente perimetro di 1 m e altezza relativa a un lato di 24 cm, sapendo che una diagonale è il doppio dell'altra. [$10\sqrt{6}$ cm; $20\sqrt{6}$ cm]

20 Le misure, in centimetri, dei lati di un triangolo sono date da tre numeri pari consecutivi. Determina l'area del triangolo, sapendo che il perimetro è di 30 cm. [$15\sqrt{7}$ cm^2]

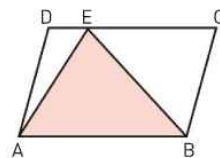
21 In un rettangolo $ABCD$ il lato AB supera BC di 1 cm. Sul prolungamento di AB , dalla parte di B , considera il punto P tale che $BP = 4 \text{ cm}$. Sul prolungamento di AD , dalla parte di D , considera il punto Q tale che $DQ = 2 \text{ cm}$. Determina la lunghezza del lato AB , sapendo che $APCQ \cong 3ABCD$. [2 cm]

22 Nel quadrato $ABCD$, siano P e R i punti sulla diagonale BD tali che $PB = 1 \text{ cm}$ e $RD = 3 \text{ cm}$ e sia Q il punto sulla diagonale AC tale che $QC = 2 \text{ cm}$. Calcola la lunghezza del lato del quadrato, sapendo che l'area del quadrilatero $APQR$ vale 144 cm^2 . (*Suggerimento.* Poni come incognita x la misura della diagonale del quadrato.) [$10\sqrt{2}$ cm]

23 Considera il parallelogramma nella figura.

- a. Se l'area del triangolo ABE è 216 cm^2 , quanto vale l'area di $ABCD$?
- b. Se $DE = 6 \text{ cm}$ ed $EC = 18 \text{ cm}$, quanto misurano le aree di AED e BCE ?

[a) 432 cm^2 ; b) 54 cm^2 ; 162 cm^2]



VERIFICA DELLE COMPETENZE PROVE

TUTOR

PROVA A (10 esercizi)

PROVA B (10 esercizi)

IN MEZZ'ORA

PROVA C ▶ Competenze 1, 3

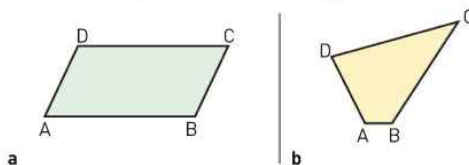
IN UN'ORA

1 **TEST** Individua l'unica affermazione vera tra le seguenti.

- A** Se due rettangoli sono equivalenti, allora hanno i lati rispettivamente congruenti.
- B** Somme di figure equivalenti sono congruenti.
- C** Ogni altezza di un triangolo lo divide in due triangoli equivalenti.
- D** Raddoppiando il lato di un quadrato, si ottiene un quadrato equivalente al quadruplo del quadrato di partenza.

2 Dimostra che le diagonali di un trapezio determinano quattro triangoli di cui i due contenenti i lati obliqui sono tra loro equivalenti.

3 Trasforma i quadrilateri in triangoli equivalenti.



4 Nel parallelogramma $ABCD$ l'altezza CH misura 18 cm e la base AB è congruente a $\frac{4}{3} CH$. Determina la misura dell'altezza di un trapezio equivalente ad $ABCD$, in cui la somma delle basi è di 27 cm.

5 Calcola l'area di un rombo, sapendo che la somma della diagonale maggiore e del quadruplo della diagonale minore è 28 cm e che la differenza tra la diagonale maggiore e il doppio della minore è 4 cm.

PROVA D ▶ Competenze 2, 3, 4

IN UN'ORA

Gara di geometria

La biblioteca di un paese, fra gli eventi organizzati in occasione della festa per la fine dell'anno scolastico, ha pensato a una «gara di geometria». A ogni squadra, formata da tre ragazzi o ragazze, vengono dati forbici, matite, nastro adesivo e tre forme in cartoncino: un triangolo equilatero, un trapezio isoscele e un triangolo scaleno. Vince la squadra che per prima risponde correttamente alle seguenti richieste, spiegando la procedura.

- a.** Trasforma il triangolo equilatero in un rettangolo equivalente.
- b.** Dimostra che con il procedimento seguito hai ottenuto effettivamente un rettangolo equivalente al triangolo dato.
- c.** Trasforma il trapezio in un triangolo equivalente.
- d.** Trasforma il triangolo scaleno in un parallelogramma equivalente.

